

## SOLUCIONES 5 de junio de 2007

### PROBLEMA 1

D. Gregorio Antúnez, harto de la baja productividad de sus empleados, ha decidido sacar partido a la dichosa maquina de café ante la que se desperdicia tanto tiempo en la empresa que dirige. Para ello ajusta los márgenes que puede obtener con los diferentes productos y se propone averiguar el mayor beneficio que la máquina podría generar con cada recarga de la misma.

Por esta razón encarga a Quesada que elabore la lista de productos más demandados por el personal, pues como comercial se supone que posee una gran experiencia y dotes de observación, a lo que habría que sumar el número de horas muertas que se lleva en el recibidor con sus compañeros. Una vez elaborada la lista Antúnez eliminará de la máquina las referencias (productos) no contenidas incluidas en la lista.

Realizado su trabajo, Quesada informa que el café solo, café con leche, té, té con leche, descafeinado con leche y, finalmente, chocolate con leche son los productos más.

Por su parte, Antúnez fija los siguientes beneficios unitarios para cada uno de estos productos: café solo 35 céntimos; café con leche 30 céntimos; té 40 céntimos; té con leche 35 céntimos; descafeinado con leche 30 céntimos; chocolate con leche 35 céntimos.

Julián Palacios, como responsable de compras, le da los datos de los inputs con los que se aprovisiona la máquina: 3 kilos de café, 1 kilo de té 6 kilos de leche, 2 kilos de cacao, 2 kilos de café descafeinado y 500 vasitos. El consumo de agua no representa ningún problema y tampoco el de azúcar. Asimismo le informa de los consumos de recursos de cada producto: café solo → 10 gr. de café; café con leche → 10 gr. de café y 15 gr. de leche en polvo; té → 10 gr. de té; té con leche → 10 gr. de té y 15 gr. de leche; descafeinado con leche → 15 gr. de leche y 10 gr. de café descafeinado; chocolate con leche → 10 gr. de cacao y 15 gr. de leche.

A Bernardo (eficiente contable) le encarga que determine la combinación de bebidas y el máximo beneficio que se podría obtener. Bernardo plantea el problema pero, siendo incapaz de llegar a la solución, recurre a Victoria para que sea ella quien realice los cálculos.

Con los datos proporcionados responda a los siguientes apartados:

1. El planteamiento del problema que hace Bernardo, lo que implica dejar planteadas todas las ecuaciones e inecuaciones.
2. La primera tabla.
3. La segunda tabla.
4. Interpretación de los resultados obtenidos en la segunda tabla.

$$\text{MAXIMIZAR: } 35 X_1 + 30 X_2 + 40 X_3 + 35 X_4 + 30 X_5 + 35 X_6$$

$$\begin{aligned} 10 X_1 + 10 X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6 &\leq 3000 \\ 0 X_1 + 0 X_2 + 10 X_3 + 10 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6 &\leq 1000 \\ 0 X_1 + 15 X_2 + 0 X_3 + 15 X_4 + 15 X_5 + 15 X_6 &\leq 6000 \\ 0 X_1 + 0 X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 + 0 X_5 + 10 X_6 &\leq 2000 \\ 0 X_1 + 0 X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 + 10 X_5 + 0 X_6 &\leq 2000 \\ 1 X_1 + 1 X_2 + 1 X_3 + 1 X_4 + 1 X_5 + 1 X_6 &\leq 500 \end{aligned}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

$$\text{MAXIMIZAR: } 35 X_1 + 30 X_2 + 40 X_3 + 35 X_4 + 30 X_5 + 35 X_6 + 0 X_7 + 0 X_8 + 0 X_9 + 0 X_{10} + 0 X_{11} + 0 X_{12}$$

$$\begin{aligned} 10 X_1 + 10 X_2 + 1 X_7 &= 3000 \\ 0 X_1 + 10 X_3 + 10 X_4 + 1 X_8 &= 1000 \\ 0 X_1 + 15 X_2 + 15 X_4 + 15 X_5 + 15 X_6 + 1 X_9 &= 6000 \\ 0 X_1 + 10 X_6 + 1 X_{10} &= 2000 \\ 0 X_1 + 10 X_5 + 1 X_{11} &= 2000 \\ 1 X_1 + 1 X_2 + 1 X_3 + 1 X_4 + 1 X_5 + 1 X_6 + 1 X_{12} &= 500 \end{aligned}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12} \geq 0$$

Pasamos a construir la primera tabla del método del Simplex.

Tabla 1			35	30	40	35	30	35	0	0	0	0	0	0
Base	Cb	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P7	0	3000	10	10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
P8	0	1000	0	0	10	10	0	0	0	1	0	0	0	0
P9	0	6000	0	15	0	15	15	15	0	0	1	0	0	0
P10	0	2000	0	0	0	0	0	10	0	0	0	1	0	0
P11	0	2000	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	1	0
P12	0	500	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
Z		0	-35	-30	-40	-35	-30	-35	0	0	0	0	0	0

Tabla 2			35	30	40	35	30	35	0	0	0	0	0	0
Base	Cb	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P7	0	3000	10	10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
P3	40	100	0	0	1	1	0	0	0	0.1	0	0	0	0
P9	0	6000	0	15	0	15	15	15	0	0	1	0	0	0
P10	0	2000	0	0	0	0	0	10	0	0	0	1	0	0
P11	0	2000	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	1	0
P12	0	400	1	1	0	0	1	1	0	-0.1	0	0	0	1
Z		4000	-35	-30	0	5	-30	-35	0	4	0	0	0	0

Tabla 3			35	30	40	35	30	35	0	0	0	0	0	0
Base	Cb	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	35	300	1	1	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0
P3	40	100	0	0	1	1	0	0	0	0.1	0	0	0	0
P9	0	6000	0	15	0	15	15	15	0	0	1	0	0	0
P10	0	2000	0	0	0	0	0	10	0	0	0	1	0	0
P11	0	2000	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	1	0
P12	0	100	0	0	0	0	1	1	-0.1	-0.1	0	0	0	1
Z		14500	0	5	0	5	-30	-35	3.5	4	0	0	0	0

Tabla 4			35	30	40	35	30	35	0	0	0	0	0	0
Base	Cb	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	35	300	1	1	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0
P3	40	100	0	0	1	1	0	0	0	0.1	0	0	0	0
P9	0	4500	0	15	0	15	0	0	1.5	1.5	1	0	0	-15
P10	0	1000	0	0	0	0	-10	0	1	1	0	1	0	-10
P11	0	2000	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	1	0
P6	35	100	0	0	0	0	1	1	-0.1	-0.1	0	0	0	1
Z		18000	0	5	0	5	5	0	0	0.5	0	0	0	35

Hay infinitos valores de  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$  para el valor óptimo  $Z = 18000$ , los cuales están contenidos en la región del espacio  $35 X_1 + 30 X_2 + 40 X_3 + 35 X_4 + 30 X_5 + 35 X_6 = 18000$  que cumple las restricciones del problema.

Una de ellas es:  $X_1 = 300 \quad X_2 = 0 \quad X_3 = 100 \quad X_4 = 0 \quad X_5 = 0 \quad X_6 = 100$

## PROBLEMA 2

Decepcionado Bernardo por no haber sido capaz de resolver el problema anterior, quiere demostrar a Victoria que domina otras técnicas, tales como el punto muerto. Decide por ello calcular el punto muerto de la máquina de cafés. Considera para ello los mismos productos que le suministraron, a saber, café solo, café con leche, té, té con leche, descafeinado con leche y chocolate con leche, así como los siguientes datos relacionados con los ingresos, costes y beneficios:

Café solo: beneficio unitario 35 céntimos, precio 50 céntimos, coste unitario  $i$ ?

Café con leche: beneficio unitario 30 céntimos, precio 50 céntimos, coste unitario  $i$ ?

Té: beneficio unitario 40 céntimos, precio 50 céntimos, coste unitario  $i$ ?

Té con leche: beneficio unitario 35 céntimos, precio 50 céntimos, coste unitario  $i$ ?

Descafeinado con leche: beneficio unitario 30 céntimos, precio 50 céntimos, coste unitario  $i$ ?

Chocolate con leche: beneficio unitario 35 céntimos; precio 50 céntimos, coste unitario  $i$ ?

Bernardo consideró, exclusivamente como costes fijos los del alquiler y mantenimiento de la máquina, que ascienden a 850 euros al año. También supuso que la demanda anual correspondería a los mismos porcentajes de productos demandados el último mes: café solo 15%, café con leche 25%, té 10%, té con leche 15%, descafeinado con leche 20% y el porcentaje restante corresponde a chocolate con leche.

1. ¿Qué solución obtuvo?

$$P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + \dots + P_6 Q_6 = CVME_1 Q_1 + CVME_2 Q_2 + \dots + CVME_6 Q_6 + CF$$

PERO COMO  $P_i - CVME_i =$  beneficio unitario  $B_i$  (nos lo dan)

Y como conocemos la proporción de bebidas consumidas, quedará:

$$Q * \sum B_i * Q_i = CF, \text{ por lo que despejando obtenemos el valor de } Q$$

Beneficio unitario	$Q_i$ como porcentaje de Q:	$B_i * Q_i$	$Q = CF / \sum B_i * Q_i$	Punto muerto	Punto muerto (unidades redondeadas)
B	% Q	$B_i * \%Q$	Valor de Q	$Q_i$	
35	0,15	5,25	2556,39	383,45	383
30	0,25	7,5	2556,39	639,09	639
40	0,1	4	2556,39	255,63	255
35	0,15	5,25	2556,39	383,45	383
30	0,2	6	2556,39	511,27	511
35	0,15	5,25	2556,39	383,45	383

Calculamos ahora el nuevo beneficio

Punto muerto (unidades redondeadas)	Precios 20% mayores	Costes 10% menores	$B'_i =$ Nuevo $B_i$	$B'_i * Q_i$
		$0,9 * (B_i - P_i)$	$P'_i - C'_i$	
383	60	13,5	46,5	17809,5
639	60	18	42	26838
255	60	9	51	13005
383	60	13,5	46,5	17809,5
511	60	18	42	21462
383	60	13,5	46,5	17809,5
Total				114733,15

Luego el nuevo beneficio es de

$$114733,15 - 85000 \text{ (de los CF)} = 29733,15 \text{ céntimos} \rightarrow 297,33 \text{ Euros}$$

### PROBLEMA 3

Eléctricos de ESI se dedica en sus horas de prácticas a montar motores como el que se empleará en el ascensor que se está instalando en el aula. El montaje consta de las siguientes fases y tiempos normales asociados a ellas:

Ajustar el eje al estator	12 min.
Instalar el rotor en el estator	14 min.
Coger carcasa y ponerla en el banco de trabajo en la postura en la que se introducirá el conjunto eje-rotor-estator	2 min.
Introducir el conjunto eje-rotor-estator en carcasa y revisar que está bien ajustado	¿? min.
Instalar tapa trasera de carcasa y atornillarla	6 min.
Coger la caja de bornes y ajustarla en su lugar	1,5 min.
Extraer los cables a través de la caja de botones y atornillarla	3 min.
Remachar la placa de características	1 min.
Probar el funcionamiento adecuado del motor y dejar constancia en la hoja de rutas el visto bueno del control de calidad	2 min.

El trabajo lo realizan los “operarios” (alumnos) en condiciones normales de temperatura, humedad, etc. y en una postura correcta, lo que no supone añadir suplementos algunos por estas circunstancias. Sí hay que aplicar suplementos por necesidades personales y fatiga, considerándose que basta con aplicar un 4% en total para ellos.

Uno de los alumnos actuó como cronometrador y anotó los siguientes tiempos (medidos en minutos) que conducen a poder calcular el tiempo normal (una vez calculado considerarlo con dos decimales) de la tercera actividad:

Introducir el conjunto eje-rotor-estator en carcasa y revisar que está bien ajustado				
A <sub>0</sub>	90	95	105	110
	11	9	8	8
T <sub>0</sub>	11		8	

1. Calcular el tiempo estándar de montaje y prueba de un motor.
2. ¿Cuántos motores completos puede fabricar en una jornada de ocho horas el empleado?

$$T_N = 1/6 (0,9 * 22 + 0,95 * 9 + 1,05 * 16 + 1,1 * 8) = 8,99 \text{ minutos}$$

$$T_S = T_N * f * (1 + S_T)$$

f = en todos los casos

lo mismo sucede con  $(1 + S_T) = 1 + 4\% = 1,04$

Por tanto cada

$$T_S = T_N * f * (1 + S_T) = T_S = T_N * 1 * 1,04$$

Y el T<sub>S</sub> total será la suma de cada uno de ellos, o sea

$$T_S = (12 + 14 + 2 + 8,99 + 6 + 1,5 + 3 + 1 + 2) * 1,04 = 52,50 \text{ minutos}$$

Y la producción Q =  $8 * 60 / 52,50 = 9,14 \rightarrow$  puede fabricar 9 unidades